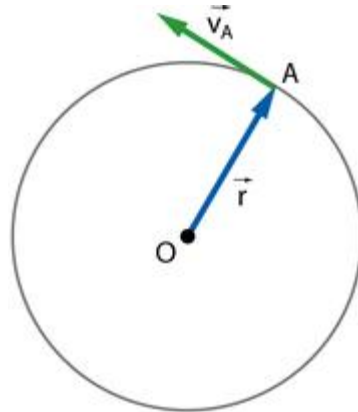


# MOTO CIRCOLARE UNIFORME



**RACCOLTA DI ESERCIZI CON SOLUZIONE**

*Lorenzo Andreassi*

PUOI TROVARE ALTRO MATERIALE DIDATTICO SU

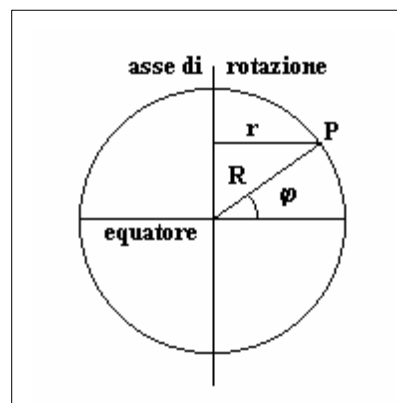
[www.lorenzoandreassi.it](http://www.lorenzoandreassi.it)

Ecco a voi una raccolta di esercizi sul moto circolare uniforme. Sono tutti esercizi da svolgere con soluzione finale.

**BUON LAVORO!**

## ESERCIZI SUL MOTO CIRCOLARE UNIFORME

- Un punto si muove su una circonferenza di raggio  $R = 10$  cm ed impiega un tempo  $\Delta t = 10$  s a compiere un giro; calcolarne la velocità periferica media e la velocità angolare media. [ $v = 6,28 \cdot 10^{-2}$  m/s;  $\omega = 0,63$  rad/s]
- Calcolare in radianti al secondo la velocità angolare della lancetta delle ore, di quella dei minuti e di quella dei secondi di un orologio. [ $\omega_{\text{ore}} = 1,45 \cdot 10^{-4}$  rad/s;  $\omega_{\text{min}} = 1,74 \cdot 10^{-3}$  rad/s;  $\omega_{\text{sec}} = 1,05 \cdot 10^{-1}$  rad/s]
- Un punto materiale si muove con velocità di 6,28 m/s lungo una circonferenza di raggio 20 cm. Calcolare la frequenza del moto e il numero di giri completi compiuti in 5 s. [5,0 Hz; 25]
- Calcolare la frequenza delle lancette dei secondi, dei minuti e delle ore di un orologio. Esprimere il risultato in Hz. [ $1,67 \cdot 10^{-2}$  Hz;  $2,78 \cdot 10^{-4}$  Hz;  $2,31 \cdot 10^{-5}$  Hz]
- Una sonda spaziale ruota con velocità angolare di 0,18 rad/s. Calcolarne periodo di rotazione e frequenza [T = 34,8 s; f = 1,72 giri/min]
- Nel modello classico dell'atomo di idrogeno un elettrone ruota attorno a un protone descrivendo un'orbita circolare di raggio  $r = 5,28 \cdot 10^{-11}$  m con velocità  $v = 2,18 \cdot 10^6$  m/s. Determinare il suo periodo, la sua frequenza e la sua velocità angolare. [T =  $1,52 \cdot 10^{-16}$  s, f =  $6,57 \cdot 10^{15}$  Hz,  $\omega = 4,13 \cdot 10^{16}$  rad/s]
- Calcolare la velocità angolare della Terra nel suo moto di rotazione attorno al proprio asse. [ $\omega = 7,27 \cdot 10^{-5}$  rad/s]
- Supponendo che la Terra si muova di moto circolare uniforme intorno al Sole ad una distanza di 150 milioni di km, determinare la sua velocità. [29,9 km/s]
- Con quale velocità viene trascinato dal moto di rotazione terrestre un abitante dell'equatore? Uno di Macerata (latitudine  $43,3^\circ$ )? E uno di Anchorage (latitudine  $61,2^\circ$ ). In generale, se  $\varphi$  è la latitudine, come dipende tale velocità da essa. Per il raggio della Terra si usi  $R = 6370$  km. [Indicazione: si ricordi che la latitudine di un luogo è l'angolo che il raggio che congiunge tale luogo con il centro della Terra forma con l'equatore (vedi figura a lato) e che i punti sulla superficie della Terra, per effetto della sua rotazione, si muovono di moto circolare uniforme su circonferenze di raggio  $r = \dots$ ]
- Qual è la velocità angolare di un disco 33 giri/min? La sua frequenza? E il suo periodo? Se il diametro del disco è  $d = 30$  cm, qual è la velocità di un punto sul bordo del disco? E quella di un punto che dista 5 cm dal centro? [ $\omega = 3,49$  rad/s; f = 0,55 Hz; T = 1,82 s; 52 cm/s; 17,5 cm/s]
- I punti a 50,0 cm dall'asse di rotazione di una ruota hanno velocità uguale a 15,7 m/s. Calcolare la frequenza del moto in giri al minuto. [300 giri/min]
- Le pale dell'elica di un aeroplano sono lunghe 200 cm ciascuna, Sapendo che la velocità agli estremi di una pala è di 230 m/s, calcolare la velocità in un punto della pala a 50 cm dall'asse di rotazione e la frequenza dell'elica in giri/min. [57,5 m/s; 1100 giri/min]
- La velocità di un punto di una ruota a distanza 20 cm dall'asse di rotazione di un'automobile è di 20 m/s. Calcolare la velocità dell'automobile sapendo che il diametro delle ruote è di 50 cm [90 km/h]
- Due automobiline di muovono lungo due piste circolari concentriche di raggio rispettivamente di un metro e due metri, con velocità rispettivamente di 0,5 m/s e 0,6 m/s. Se ad un certo istante si trovano allineate con il centro, dopo quanto tempo tale situazione si ripete. [31,4 s]
- A che ora esattamente, dopo le 12, la lancetta dei minuti è sovrapposta a quella delle ore? [13 h 5 min 27,3 s]
- Un corpo si muove su una circonferenza di raggio  $r = 80$  cm con velocità angolare costante compiendo 20 giri al minuto. Si determini il periodo del moto; la velocità angolare; la velocità tangenziale; l'accelerazione centripeta. [3,0 s; 2,09 rad/s; 1,66 m/s;  $3,46 \text{ m/s}^2$ ]
- Un'auto si muove lungo un percorso circolare di raggio  $r = 250$  m alla velocità di 108 km/h. Si calcoli la velocità angolare dell'auto e l'accelerazione centripeta. [0,12 rad/s;  $3,6 \text{ m/s}^2$ ]
- Sul piatto di un vecchio giradischi un disco ruota con frequenza  $f = 45$  giri/min. Si determini la velocità angolare e la velocità tangenziale di due punti posti rispettivamente a distanza  $d_1 = 4,0$  cm e  $d_2 = 10,0$  cm dal centro. [ $\omega_1 = \omega_2 = 4,71$  rad/s;  $v_1 = 0,19$  m/s,  $v_2 = 0,47$  m/s]
- Il diametro di una ruota di un'automobile è  $d = 60,0$  cm. Si determini la velocità angolare e la frequenza di rotazione nell'ipotesi che l'auto si muova alla velocità di 72 km/h. [f = 5,3 Hz;  $\omega = 33,3$  rad/s]
- Una ruota compie 4200 giri/min. Si determini la velocità angolare; l'angolo (in radianti) descritto in 2,5 s. [440 rad/s; 1100 rad]
- Un'automobile avente ruote di diametro  $d = 60$  cm, inizialmente ferma, accelera uniformemente e, in 8,0 s raggiunge la velocità di 75 km/h. Si determini la velocità angolare media nell'intervallo di tempo considerato. [ $\omega_m = 34,8$  rad/s]
- Il motore di un'auto accelera uniformemente da 840 giri/min a 4500 giri/min in 12,0 s e poi continua a velocità angolare costante. Si determini la velocità angolare all'istante iniziale (immediatamente prima che inizi la fase di accelerazione); la velocità angolare media nei 12,0 s. [88 rad/s; 279 rad/s]



## Esercizi sul moto circolare uniforme

**Esercizio 1.** Un corpo percorre a velocità costante una circonferenza di raggio  $R = 6 \text{ m}$  in  $8 \text{ s}$ . Si determini:

- il modulo della velocità del corpo;
- il modulo dell'accelerazione centripeta.

**Esercizio 2.** Determinare la velocità angolare di un corpo che, muovendosi a velocità costante, impiega  $39 \text{ s}$  per percorrere  $7 \text{ giri e } 3/4$  su una traiettoria circolare.

**Esercizio 3.** a) Calcolare il modulo della velocità della Terra nel suo moto attorno al Sole.

b) Determinare il modulo dell'accelerazione centripeta.

**Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.**

Dati:  $R = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$  ;  $T = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$ .

**Esercizio 4.** a) Calcolare il modulo della velocità della Luna nel suo moto attorno alla Terra.

b) Determinare il modulo dell'accelerazione centripeta.

**Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.**

Dati:  $R = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$  ;  $T = 27,3 \text{ giorni}$ .

**Esercizio 5.** Il Sole ruota attorno al centro della Via Lattea ad una distanza di circa  $30000$  anni-luce dal centro ( $1 \text{ anno-luce} \approx 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$ ). Sapendo che impiega  $220$  milioni di anni per compiere una rotazione completa, determinare:

- il modulo della velocità;
- il modulo dell'accelerazione centripeta.

**Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.**

**Esercizio 6.** Un corpo si sta muovendo lungo una circonferenza, impiegando  $18 \text{ s}$  per percorrere  $5 \text{ giri e } 2/3$ . Sapendo che il modulo dell'accelerazione centripeta è pari a  $7 \text{ m/s}^2$ , determinare:

- il raggio della circonferenza;
- il modulo della velocità;
- la frequenza  $f$ .

**Esercizio 7.** Calcolare la velocità angolare delle lancette di un orologio.

**Esercizio 8.** La centrifuga di una lavatrice compie  $1500$  giri al minuto. Se il cestello ha un diametro di  $55 \text{ cm}$ , si determini:

- il periodo, la frequenza e la velocità angolare del moto rotatorio;
- il modulo della velocità e il modulo dell'accelerazione centripeta di un punto che si trova sul bordo del cestello.

**Esercizio 9.** Un'automobile affronta una curva di raggio  $100 \text{ m}$  alla velocità di  $108 \text{ km/h}$ . Calcolare il modulo dell'accelerazione centripeta. Se la velocità dimezza, come varia il modulo dell'accelerazione centripeta?

**Esercizio 10.** Le pale di un'elica sono lunghe  $200 \text{ cm}$  ciascuna. Sapendo che il modulo della velocità agli estremi di una pala è  $250 \text{ m/s}$ , determinare:

- la velocità di un punto che si trova a  $75 \text{ cm}$  dall'asse di rotazione;
- la velocità angolare.

**Esercizio 11.** A quale velocità angolare deve ruotare una centrifuga se una particella a  $10 \text{ cm}$  dall'asse di rotazione deve subire un'accelerazione di modulo pari a  $800 \text{ m/s}^2$  ?

**Esercizio 12.** Una particella è in moto in un campo magnetico; sapendo che descrive una circonferenza di raggio pari a  $3,4 \text{ cm}$  e che il modulo (costante) della velocità è  $8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ , determinare:

- la frequenza;
- il modulo dell'accelerazione della particella.

**Esercizio 13.** Un disco sul piatto del giradischi compie  $33$  giri al minuto. Calcola il periodo, la frequenza e la velocità angolare.

**Esercizio 14.** Un ventilatore ha le pale lunghe 45 cm. Quando è in funzione, le pale compiono 1000 giri al minuto. Qual è il modulo della velocità dei punti più lontani dal centro?

**Esercizio 15.** Uno shuttle è in orbita a 400 km dalla superficie della Terra; l'accelerazione centripeta ha modulo pari a  $8,8 \text{ m/s}^2$ . Determinare il modulo della velocità e il periodo dello shuttle ( $R_{\text{Terra}} = 6,38 \cdot 10^3 \text{ km}$ ).

**Esercizio 16.** Un punto si muove di moto circolare uniforme ( $R = 7 \text{ dm}$ ); sapendo che impiega 1,2 s per descrivere un angolo di  $30^\circ$ , si determini:

- a) il periodo del moto;
- b) il modulo dell'accelerazione centripeta.

**Esercizio 17.** Qual è il rapporto  $\frac{v}{a}$  tra il modulo dell'accelerazione centripeta e il modulo della velocità vettoriale istantanea?

- a)  $\frac{1}{\omega}$
- b)  $\omega^2$
- c)  $\omega R$
- d)  $2\pi\omega$
- e) nessuna delle precedenti

**Esercizio 18.** Due cavallucci sono montati, a diversa distanza dal centro, su una giostra che gira. Quale grandezza è diversa per il moto dei due cavallucci?

- a) il periodo  $T$
- b) la frequenza  $f$
- c) la velocità angolare  $\omega$
- d) la velocità scalare  $v$
- e) nessuna delle precedenti

**Esercizio 19.** Ricava la formula per il modulo dell'accelerazione centripeta espressa in funzione della frequenza  $f$  e del raggio  $R$ .

**Esercizio 20.** Un lettore CD-DVD sta facendo girare un CD alla frequenza di 400 giri al minuto. Si determini:

- a) la velocità angolare;
- b) l'angolo di cui è ruotato il disco in un intervallo di tempo  $\Delta t = 0,075 \text{ s}$ .

**Esercizio 21.** Un aereo compie una rotazione di  $90^\circ$  mentre vola alla velocità costante di  $250 \text{ m/s}$ . Dal momento che la virata è completata in 18 s, si determini:

- a) la velocità angolare;
- b) il modulo dell'accelerazione centripeta.

**Esercizio 22.** Un treno sta viaggiando ad una velocità di  $100 \text{ km/h}$  e deve affrontare una curva di raggio  $1 \text{ km}$ ; poiché la massima accelerazione accettabile dai passeggeri è pari a  $0,6 \text{ m/s}^2$ , dire se il macchinista deve necessariamente frenare prima che il treno entri nella curva.

**Esercizio 23.** Qual è il modulo dell'accelerazione centripeta dovuta alla rotazione della Terra per un oggetto che si trova sull'equatore?

**Esercizio 24.** Un corpo  $A$  si muove con velocità scalare costante lungo una circonferenza di raggio  $R$ . Un altro corpo  $B$  si muove su una circonferenza di raggio  $3R$ ; qual è il rapporto  $\frac{v_B}{v_A}$  tra le due velocità scalari se i due corpi hanno lo stesso modulo dell'accelerazione centripeta?

**Esercizio 25.** Due corpi  $A$  e  $B$  si muovono su due circonferenze concentriche di raggi, rispettivamente,  $R_A$  e  $R_B$ ; sapendo che le velocità angolari sono uguali e impiegano 8 s per percorrere 5 giri e  $1/2$ , che l'accelerazione centripeta di  $A$  ha modulo pari a  $5 \text{ m/s}^2$  e che il rapporto dei raggi è  $\frac{R_B}{R_A} = 1,6$ , determinare il modulo della velocità di  $B$ .

**Esercizio 26.** Due corpi  $A$  e  $B$  si muovono di moto circolare uniforme lungo due circonferenze concentriche, con periodo rispettivamente  $T_A = 5 \text{ s}$  e  $T_B = 9 \text{ s}$ . Sapendo che si muovono nello stesso senso, ogni quanto tempo si trovano allineati col centro, dalla stessa parte rispetto a questo?

**Esercizio 27.** Su una circonferenza di raggio  $r = 5 \text{ m}$  si muovono due punti che si incontrano ogni 20 s se si muovono nello stesso verso ed ogni 4 s se si muovono in senso opposto. Supponendo che il moto dei due corpi è uniforme, si determini il modulo delle velocità.

**Esercizio 28.** Un'auto viaggia ad una velocità costante di  $108 \text{ km/h}$ . Sapendo che ogni pneumatico ha un diametro di 50 cm, determinare quanti giri al minuto compie ciascuna ruota.

**Esercizio 29.** Un bambino sta facendo ruotare un sasso legato ad una cordicella lunga 30 cm su una circonferenza orizzontale ad un'altezza di 2 m dal suolo. La cordicella si rompe e il sasso va a cadere a 6 m di distanza. Qual era la velocità angolare del sasso prima che la cordicella si rompesse?

## Soluzione degli esercizi sul moto circolare uniforme

**Esercizio 1.** Risulta  $R = 6 \text{ m}$  e  $T = 8 \text{ s}$ , per cui:

$$\text{a) } v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v \approx 4,7 \text{ m/s}; \text{ b) } a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c \approx 3,7 \text{ m/s}^2.$$

**Esercizio 2.** Determiniamo il periodo:  $T = \frac{39 \text{ s}}{7,75} \Rightarrow T \approx 5,03 \text{ s}$ ;  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega \approx 1,25 \text{ rad/s}$ .

**Esercizio 3.** a)  $v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v \approx 29626 \text{ m/s}$ ; b)  $a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c \approx 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 4.** a)  $v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v \approx 1023 \text{ m/s}$ ; b)  $a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c \approx 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 5.** a)  $v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v \approx 2,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ; b)  $a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c \approx 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 6.** Il periodo è:  $T = \frac{18 \text{ s}}{5 + \frac{2}{3}} \Rightarrow T \approx 3,18 \text{ s}$ ; la velocità angolare è

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega \approx 1,98 \text{ rad/s}.$$

a)  $a_c = \omega^2 R \Rightarrow R = \frac{a_c}{\omega^2} \Rightarrow R \approx 1,79 \text{ m}$ ; b)  $v = \omega R \Rightarrow v \approx 3,54 \text{ m/s}$ ;

c)  $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 0,31 \text{ Hz}$ .

**Esercizio 7.** Lancetta delle ore: poiché il periodo è  $T = 12 \cdot 3600 \text{ s} = 43200 \text{ s}$ , risulta:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega \approx 0,00015 \text{ rad/s}.$$

Lancetta dei minuti: poiché il periodo è  $T = 3600 \text{ s}$ , risulta:  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega \approx 0,0017 \text{ rad/s}$ .

Lancetta dei secondi: poiché il periodo è  $T = 60 \text{ s}$ , risulta:  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega \approx 0,105 \text{ rad/s}$ .

**Esercizio 8.** Poiché  $R = 0,275 \text{ m}$  risulta:

a)  $f = \frac{1500}{60} \text{ Hz} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$ ;  $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = 0,04 \text{ s}$ ;  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega \approx 157 \text{ rad/s}$ .

b)  $v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v \approx 43,2 \text{ m/s}$ ;  $a_c = \omega^2 R \Rightarrow a_c \approx 6785,4 \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 9.** Poiché  $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ , abbiamo:  $a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c = 9 \text{ m/s}^2$ .

Se la velocità dimezza abbiamo:

$$a'_c = \frac{(2v)^2}{R} \Rightarrow a'_c = 4 \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow a'_c = 4 \cdot a_c;$$

il modulo dell'accelerazione centripeta *quadruplica*.

**Esercizio 10.** a) La velocità di un punto che si trova a  $0,75 \text{ m}$  è  $v = \frac{0,75 \text{ m}}{2,00 \text{ m}} \cdot 250 \text{ m/s} = 93,75 \text{ m/s}$ .

b)  $v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \omega \approx 125 \text{ rad/s}$ .

**Esercizio 11.**  $a_c = \omega^2 R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_c}{R}} \Rightarrow \omega \approx 89,4 \text{ rad/s}$ .

**Esercizio 12.** Determiniamo il periodo:  $T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T \approx 2,67 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ .

a)  $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f \approx 3,74 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ . b)  $a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c \approx 1,88 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 13.**  $T = \frac{60}{33} \text{ s} \Rightarrow T \approx 1,82 \text{ s}$ ;  $f = \frac{33}{60} \text{ Hz} \Rightarrow f = 0,55 \text{ Hz}$ ;

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega \approx 3,46 \text{ rad/s}$ .

**Esercizio 14.** Poiché  $T = \frac{60}{1000} \text{ s} \Rightarrow T = 0,06 \text{ s}$ , abbiamo:  $v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v \approx 47,1 \text{ m/s}$ .

**Esercizio 15.**  $a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_c R} \Rightarrow v = \sqrt{8,8 \cdot (6,38 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)} \text{ m/s} \Rightarrow v \approx 7724,2 \text{ m/s}$ .  $T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T \approx 5515 \text{ s}$ .

**Esercizio 16.** Calcoliamo la velocità angolare:  $\omega = \frac{\pi/6 \text{ rad}}{1,2 \text{ s}} \Rightarrow \omega \approx 0,44 \text{ rad/s}$ .

a)  $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T \approx 14,4 \text{ s}$ . b)  $a_c = \omega^2 R \Rightarrow a_c \approx 0,13 \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 17.**  $\frac{v}{a} = \frac{\omega R}{\omega^2 R} = \frac{\cancel{\omega} R}{\omega \cancel{R}} = \frac{1}{\omega}$ . La risposta corretta è quindi la a).

**Esercizio 18.** La risposta corretta è la d).

**Esercizio 19.**  $a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi R f)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2 f^2}{R} = \frac{4\pi^2 R \cancel{R} f^2}{\cancel{R}} = 4\pi^2 R f^2$ .

**Esercizio 20.** a)  $\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega \approx 41,89 \text{ rad/s}$ . b)  $\theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \theta \approx 3,14 \text{ rad}$  (nell'intervallo di tempo  $\Delta t$  il disco è perciò ruotato di un angolo piatto).

**Esercizio 21.** a) La velocità angolare è  $\omega = \frac{\pi/2}{18} \text{ rad/s} \approx 0,087 \text{ rad/s}$ .

b) Il modulo dell'accelerazione centripeta è pari a  $a_c = \omega^2 R \Rightarrow a_c = \omega(\omega R) \Rightarrow a_c = \omega v \Rightarrow a_c \approx 21,8 \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 22.** Calcoliamo il modulo dell'accelerazione centripeta del treno se la curva viene affrontata alle velocità di  $100 \text{ km/h}$ :

$$a_c = \frac{\left(\frac{100 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}\right)^2}{10^3 \text{ m}} \approx 0,77 \text{ m/s}^2;$$

il macchinista deve quindi azionare i freni prima di affrontare la curva.

**Esercizio 23.** La velocità angolare è  $\omega = \frac{2\pi}{86400} \text{ rad/s} \Rightarrow \omega \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ , per cui abbiamo:  $a_c = \omega^2 R \Rightarrow a_c \approx 0,034 \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 24.** Dalla formula  $a_c = \frac{v^2}{R}$  ricaviamo  $v = \sqrt{a_c \cdot R}$ ; quindi

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\sqrt{a_c \cdot (3R)}}{\sqrt{a_c \cdot R}} = \sqrt{\frac{3 \cdot \cancel{a_c} R}{\cancel{a_c} R}} = \sqrt{3}.$$

**Esercizio 25.** Determiniamo per prima cosa la velocità angolare:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{5,5}{8} \text{ rad/s} \Rightarrow \omega \approx 4,32 \text{ rad/s};$$

determiniamo ora il raggio  $R_A$  dalla formula  $a_c = \omega^2 R$  :  $R_A = \frac{5}{(4,32)^2} \text{ m} \Rightarrow R_A \approx 0,27 \text{ m}$ ;  $v_B = 2\pi R_B f \Rightarrow v_B = 2 \cdot \pi \cdot (1,6 \cdot 0,27) \cdot \frac{5,5}{8} \text{ m/s} \Rightarrow v_B \approx 1,9 \text{ m/s}$ .

**Esercizio 26.** Le velocità angolari sono, rispettivamente:

$$\omega_A = \frac{2\pi}{T_A} ; \omega_B = \frac{2\pi}{T_B}$$

ipotizzando che all'istante  $t = 0 \text{ s}$  i due corpi sono allineati con il centro, dalla stessa parte rispetto a questo, all'istante generico  $t$  i due corpi hanno descritto archi di ampiezza

$$\theta_A = \omega_A \cdot t ; \theta_B = \omega_B \cdot t$$

i due corpi si trovano di nuovo allineati, dalla stessa parte rispetto a questo, quando

$$\theta_A - \theta_B = 2\pi \Rightarrow (\omega_A - \omega_B) \cdot t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{2\pi}{\omega_A - \omega_B} \Rightarrow t = \frac{1}{\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}}$$

sostituendo si ricava  $t = 11,25 \text{ s}$ .

**Esercizio 27.** Studiamo il caso in cui i due punti si muovono nello stesso senso: indicando con  $t_1$  l'istante in cui si incontrano per la prima volta, risulta:  $\omega_A \cdot t_1 - \omega_B \cdot t_1 = 2\pi \Rightarrow \omega_A - \omega_B = \frac{2\pi}{t_1}$ .

Analizziamo ora il caso in cui i due punti si muovono in senso opposto: indicando con  $t_2$  l'istante in cui si incontrano per la prima volta, risulta:  $\omega_A \cdot t_2 + \omega_B \cdot t_2 = 2\pi \Rightarrow \omega_A + \omega_B = \frac{2\pi}{t_2}$ .

Risolvendo il sistema lineare  $\begin{cases} \omega_A - \omega_B = \frac{2\pi}{t_1} \\ \omega_A + \omega_B = \frac{2\pi}{t_2} \end{cases}$  si ricava

$$\begin{cases} \omega_A = \pi \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \\ \omega_B = \pi \left( \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_A \approx 0,942 \text{ rad/s} \\ \omega_B \approx 0,628 \text{ rad/s} \end{cases} \quad \text{Le velocità, perciò, sono: } \begin{cases} v_A \approx 4,71 \text{ m/s} \\ v_B \approx 3,14 \text{ m/s} \end{cases}$$

**Esercizio 28.** L'auto viaggia a  $30 \text{ m/s}$ , quindi in un minuto percorre  $1800 \text{ m}$ ; dal momento che ogni pneumatico compie un giro completo quando l'auto si è spostata di  $2\pi R$ , ovvero di  $1,57 \text{ m}$ , ogni pneumatico in un minuto compie  $\frac{1800}{1,57} \approx 1146$  giri completi.

**Esercizio 29.** La legge oraria del sasso dopo la rottura della cordicella è:

$$\begin{cases} x = v_o t \\ y = 2 - 4,9 t^2 \end{cases}$$

poiché il sasso cade nel punto di coordinate  $(6; 0)$ , si ha:

$$\begin{cases} 6 = v_o t \\ 0 = 2 - 4,9 t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \text{ m} = v_o \cdot (0,64 \text{ s}) \\ t \approx 0,64 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_o \approx 9,38 \text{ m/s} \\ t \approx 0,64 \text{ s} \end{cases}$$

La velocità angolare prima della rottura della cordicella era  $\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \omega \approx 31,27 \text{ rad/s}$ .

## Esercizi sul Moto Circolare Uniforme

1. Un orologio ha tre lancette: quella delle ore lunga 1 cm, quella dei minuti lunga 1.4 cm e quella dei secondi lunga 1.6 cm. Considera il punto estremo di ogni lancetta. Calcola il periodo di ogni punto estremo. Calcola la velocità tangenziale e angolare dei tre punti estremi e le rispettive accelerazioni centripete.
2. Un satellite televisivo gira su un'orbita circolare intorno alla Terra a un'altezza di 36000 km e compie un giro ogni 24 ore. Supponi che l'orbita sia circolare. Sapendo che il raggio della Terra è 6370 km, calcola la velocità angolare, la velocità tangenziale e l'accelerazione centripeta.
3. Una ruota di bicicletta ha un diametro di 40 cm e gira alla velocità tangenziale di 1.4 m/s. Quanti giri compie la ruota in 2 minuti? Con quale frequenza gira? Qual è l'angolo descritto dalla valvola della ruota in 0.2 secondi?
4. Il cestello di una lavatrice ha un diametro di 40 cm e ruota a 500 giri al minuto. A quale accelerazione centripeta è sottoposta la biancheria?
5. Titano, una delle 18 lune di Saturno, si muove su una circonferenza di raggio 1222000 km e ha un periodo di rivoluzione di 15 giorni e 23 ore. Calcola la velocità tangenziale e angolare. Calcola l'accelerazione centripeta. Calcola la frequenza del moto espressa in Hz.
6. Un corpo gira con una frequenza di 10 Hz. Quale angolo descrive il raggio in 1 secondo?
7. Un punto mobile descrive una traiettoria circolare di raggio 12 cm con velocità angolare costante di 2.4 rad/s. Calcola la frequenza del moto. Calcola la velocità tangenziale.
8. Una pallina gira con un'accelerazione centripeta costante di 5 m/s<sup>2</sup> su una circonferenza di raggio 20 cm. Calcola: la velocità tangenziale; il periodo e la frequenza del moto; la velocità angolare.
9. Un disco ruota intorno a un asse passante per il centro e compie 250 giri al minuto. Quanti radianti descrive un punto del disco in 0.1 secondi? La risposta data dipende dalla distanza del punto dall'asse di rotazione?
10. Sapendo che il raggio medio della Terra è 6370 km e che essa compie un giro su se stessa in circa 24 ore, calcola la velocità tangenziale e l'accelerazione centripeta di un punto sulla superficie terrestre che si trova all'equatore.
11. Un satellite in un'orbita circolare di raggio 220 Km sopra la superficie terrestre completa una rivoluzione in 89 minuti. Calcolare:
  - a) La velocità  $v$  del satellite;
  - b) L'accelerazione  $a$  del satellite.
- 12) La luna ruota attorno alla Terra ad una distanza di  $3,84 \cdot 10^5$  Km. Il periodo è circa 28 giorni. Calcola l'accelerazione. Calcola l'accelerazione centripeta.



**13.** Un corpo percorre a velocità costante una circonferenza di raggio  $R = 6 \text{ m}$  in  $8 \text{ s}$ . Si determini:

- a) il modulo della velocità del corpo;
- b) il modulo dell'accelerazione centripeta.

(R: a)  $4,7 \text{ m/s}$ ; b)  $a_c = 3,7 \text{ m/s}^2$ )

**14** Determinare la velocità angolare di un corpo che, muovendosi a velocità costante, impiega  $39 \text{ s}$  per percorrere  $7 \text{ giri e } 3/4$  su una traiettoria circolare.

(R:  $1,25 \text{ rad/s}$ )

- 15.** a) Calcolare il modulo della velocità della Terra nel suo moto attorno al Sole.  
b) Determinare il modulo dell'accelerazione centripeta.

Dati:  $R = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ;  $T = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$

**Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.**

(R: a)  $29626 \text{ m/s}$ ; b)  $5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ )

- 16.** a) Calcolare il modulo della velocità della Luna nel suo moto attorno alla Terra.  
b) Determinare il modulo dell'accelerazione centripeta.

**Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.**

Dati:  $R = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$ ;  $T = 27,3 \text{ giorni}$ .

(R:  $1023 \text{ m/s}$ ;  $2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ )

**17.** Il Sole ruota attorno al centro della Via Lattea ad una distanza di circa  $30000 \text{ anni-luce}$  dal centro ( $1 \text{ anno-luce} \approx 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$ ). Sapendo che impiega  $220 \text{ milioni di anni}$  per compiere una rotazione completa, determinare:

- a) il modulo della velocità;
- b) il modulo dell'accelerazione centripeta.

**Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.**

(R:  $2,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ;  $2,3 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$ )

**18.** Un corpo si sta muovendo lungo una circonferenza, impiegando 18 s per percorrere 5 giri e  $\frac{2}{3}$ . Sapendo che il modulo dell'accelerazione centripeta è pari a  $7 \text{ m/s}^2$ , determinare:

- a) il raggio della circonferenza;
- b) il modulo della velocità;
- c) la frequenza  $f$ .

(R: 1,79m; 3,54m/s; 0,31Hz)

**19.** Calcolare la velocità angolare delle lancette di un orologio.

(R: ore: 0,00015rad/s; min: 0,0017rad/s; sec: 0,105rad/s)

**20** La centrifuga di una lavatrice compie 1500 giri al minuto. Se il cestello ha un diametro di 55 cm, si determini:

- a) il periodo, la frequenza e la velocità angolare del moto rotatorio;
- b) il modulo della velocità e il modulo dell'accelerazione centripeta di un punto che si trova sul bordo del cestello.

(R: a) 25 Hz; 0,04s; 157rad/s; b) 43,2m/s; 6785,4  $\text{m/s}^2$ )

**21.** Un'automobile affronta una curva di raggio 100 m alla velocità di 108 km/h. Calcolare il modulo dell'accelerazione centripeta. Se la velocità dimezza, come varia il modulo dell'accelerazione centripeta?

(R:  $a'_c = a_c/4$ )

**22.** Le pale di un'elica sono lunghe 200 cm ciascuna. Sapendo che il modulo della velocità agli estremi di una pala è 250 m/s, determinare:

- a) la velocità  $v$  di un punto che si trova a 75 cm dall'asse di rotazione;
- b) la velocità angolare.

(R: a) 93,75m/s; b) 125rad/s)

**23.** A quale velocità angolare deve ruotare una centrifuga se una particella a 10 cm dall'asse di rotazione deve subire un'accelerazione di modulo pari a  $800 \text{ m/s}^2$  ?

(R: 89,4rad/s)

**24.** Una particella è in moto in un campo magnetico; sapendo che descrive una circonferenza di raggio pari a  $3,4 \text{ cm}$  e che il modulo (costante) della velocità è  $8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ , determinare:

a) la frequenza;

b) il modulo dell'accelerazione della particella.

(R: a)  $3,74 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ ; b)  $1,88 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$ )

**25.** Un disco sul piatto del giradischi compie 33 giri al minuto. Calcola il periodo, la frequenza e la velocità angolare.

(R:  $1,82 \text{ s}$ ;  $0,55 \text{ Hz}$ ;  $3,46 \text{ rad/s}$ )

**26.** Un ventilatore ha le pale lunghe  $45 \text{ cm}$ . Quando è in funzione, le pale compiono 1000 giri al minuto. Qual è il modulo della velocità dei punti più lontani dal centro?

(R:  $47,1 \text{ m/s}$ )

**27.** Uno shuttle è in orbita a  $400 \text{ km}$  dalla superficie della Terra; l'accelerazione centripeta ha modulo pari a  $8,8 \text{ m/s}^2$ . Determinare il modulo della velocità e il periodo dello shuttle ( $R_{\text{Terra}} = 6,38 \cdot 10^3 \text{ km}$ ).

(R:  $7724,2 \text{ m/s}$ ;  $5515 \text{ s}$ )

**28.** Un punto si muove di moto circolare uniforme ( $R = 7 \text{ dm}$ ); sapendo che impiega  $1,2 \text{ s}$  per descrivere un angolo di  $30^\circ$ , si determini:

a) il periodo del moto;  $14,4 \text{ s}$

b) il modulo dell'accelerazione centripeta.  $0,13 \text{ m/s}^2$

**29.** Qual è il rapporto  $v/a$  tra il modulo della velocità vettoriale istantanea ed il modulo dell'accelerazione centripeta?

a)  $1/\omega$ ; b)  $\omega^2$ ; c)  $\omega R$ ; d)  $2\pi\omega$ ; e) nessuna delle precedenti

(Risposta corretta la a)

**30.** Due cavallucci sono montati, a diversa distanza dal centro, su una giostra che gira. Quale grandezza è diversa per il moto dei due cavallucci?

a) il periodo  $T$  b) la frequenza  $f$  c) la velocità angolare  $\omega$  d) la velocità scalare  $v$  e) nessuna delle precedenti

(R: la risposta corretta è la d)

**31.** Ricava la formula per il modulo dell'accelerazione centripeta espressa in funzione della frequenza  $f$  e del raggio  $R$ .

(R:  $a_c = 4\pi^2 R f^2$ )

**32** Un lettore CD-DVD sta facendo girare un *CD* alla frequenza di 400 giri al minuto. Si determini:

a) la velocità angolare; 41,89rad/s

b) l'angolo di cui è ruotato il disco in un intervallo di tempo  $\Delta t = 0,075$  s. 3,14rad

**33** Un aereo compie una rotazione di  $90^\circ$  mentre vola alla velocità costante di 250 m/s. Dal momento che la virata è completata in 18 s, si determini:

a) la velocità angolare; 0,087rad/s

b) il modulo dell'accelerazione centripeta. 21,8 m/s<sup>2</sup>

**34.** Un treno sta viaggiando ad una velocità di 100 km/h e deve affrontare una curva di raggio 1 km; poiché la massima accelerazione accettabile dai passeggeri è pari a 0,6 m/s<sup>2</sup>, dire se il macchinista deve necessariamente frenare prima che il treno entri nella curva.

(R: 0,77m/s<sup>2</sup>)

**35.** Qual è il modulo dell'accelerazione centripeta dovuta alla rotazione della Terra per un oggetto che si trova sull'equatore?

(R:0,034m/s<sup>2</sup>)

**36.** Un corpo *A* si muove con velocità scalare costante lungo una circonferenza di raggio *R*. Un altro corpo *B* si muove su una circonferenza di raggio 3*R*; qual è il rapporto  $v_B/v_A$  tra le due velocità scalari se i due corpi hanno lo stesso modulo dell'accelerazione centripeta?

(R: rad(3))

**37.** Due corpi *A* e *B* si muovono su due circonferenze concentriche di raggi, rispettivamente, *RA* e *RB*; sapendo che le velocità angolari sono uguali e impiegano 8 s per percorrere 5 giri e 1/2, che l'accelerazione centripeta di *A* ha modulo pari a 5 m/s<sup>2</sup> e che il rapporto dei raggi è  $RB/RA = 1,6$ , determinare il modulo della velocità di *B*.

(R:1,9m/s)

**38.** Due corpi *A* e *B* si muovono di moto circolare uniforme lungo due circonferenze concentriche, con periodo rispettivamente  $T_A = 5$  s e  $T_B = 9$  s. Sapendo che si muovono nello stesso senso, ogni quanto tempo si trovano allineati col centro, dalla stessa parte rispetto a questo?

(R:  $t = \frac{1}{\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}}$ )