

Esercitiamoci

I vettori

Quesiti

- 1 Quali sono le caratteristiche di una *grandezza vettoriale*?
- 2 Che cos'è la *regola del parallelogramma*?
- 3 Può capitare che sommando due vettori si ottenga un *vettore nullo*?
- 4 Che cosa sono le *componenti cartesiane* di un vettore?

Test

- 5 Un vettore di modulo 10 cm, che forma un angolo di 30° con la direzione dell'asse x , ha le seguenti componenti:
 - a. (5 cm ; 8,7 cm)
 - b. (8,7 cm ; 5 cm)
 - c. (5 cm ; 5 cm)
 - d. (8,7 cm ; 8,7 cm)
- 6 Due vettori uguali, che formano tra loro un angolo di 90° , hanno come somma un vettore di modulo 2 m. Il modulo dei vettori componenti è:
 - a. 1 m
 - b. 2 m
 - c. $\sqrt{2}$ m
 - d. $2\sqrt{2}$ m
- 7 Due vettori \vec{a} e \vec{b} hanno modulo rispettivamente pari a 6 m e a 8 m. Il modulo del vettore risultante è 10 m. Quanto vale l'angolo tra \vec{a} e \vec{b} ?
 - a. 30°
 - b. 45°
 - c. 60°
 - d. 90°
- 8 Due vettori, entrambi con modulo pari a 10 cm, formano un angolo di 30° . Quanto vale, approssimato a una cifra decimale, il modulo del vettore risultante?
 - a. 10,0 cm
 - b. 14,1 cm
 - c. 19,3 cm
 - d. 20,0 cm
- 9 Quanto vale, approssimato a una cifra decimale, il modulo della differenza di due vettori di modulo 10 cm, che formano tra loro un angolo di 60° ?
 - a. 10,0 cm
 - b. 14,1 cm
 - c. 17,3 cm
 - d. 20,0 cm
- 10 Se si moltiplica il vettore \vec{a} per il numero -3 , si ottiene:
 - a. un vettore che ha la stessa direzione e verso del primo, ma modulo triplo.
 - b. un vettore che ha la stessa direzione e verso del primo, ma modulo sei volte maggiore.
 - c. un vettore che ha la stessa direzione del primo, verso opposto e modulo triplo.
 - d. un vettore che ha la stessa direzione del primo, verso opposto e modulo sei volte maggiore.

Problemi

11 PROBLEMA MODELLO

Sono dati i vettori \vec{a} e \vec{b} di modulo rispettivamente pari a 12 m e a 10 m. L'angolo β tra i due vettori è di 40° . Determina le componenti dei due vettori secondo gli assi cartesiani. Determina geometricamente e analiticamente il vettore somma e il vettore differenza.

DATI Modulo del vettore \vec{a} : $a = 12$ m
 Modulo del vettore \vec{b} : $b = 10$ m
 Angolo tra i vettori: $\beta = 40^\circ$

ANALISI E METODO

Calcolo del vettore somma

Disegniamo i vettori su un piano cartesiano e assumiamo per comodità come direzione e come verso dell'asse x la direzione e il verso del vettore \vec{a} ; le componenti di \vec{a} sono allora:

$$a_x = a \quad a_y = 0$$

Le componenti del vettore \vec{b} invece vanno trovate utilizzando le formule goniometriche. Indichiamo con β l'angolo tra i due vettori. Possiamo allora scrivere:

$$b_x = b \cos \beta \quad b_y = b \sin \beta$$

Le componenti del vettore risultante sono la somma delle componenti di ciascun vettore.

Il modulo del vettore risultante si trova estraendo la radice quadrata della somma dei quadrati delle componenti del vettore risultante.

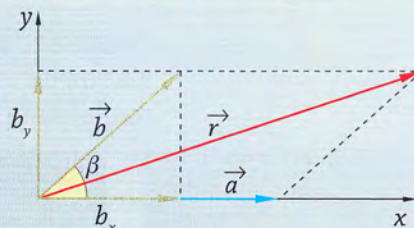
Calcolo del vettore differenza

Il vettore differenza altro non è che il vettore somma del vettore \vec{a} con l'opposto di \vec{b} .

Il vettore $-\vec{b}$ ha le componenti opposte a quelle del vettore \vec{b} .

Si procede quindi in maniera analoga al caso della somma.

SOLUZIONE ALGEBRICA E NUMERICA



$$a_x = 12 \text{ m} \quad a_y = 0$$

$$b_x = b \cos \beta = 10 \cdot \cos 40^\circ = 10 \cdot 0,77 = 7,7 \text{ m}$$

$$b_y = b \sin \beta = 10 \cdot \sin 40^\circ = 10 \cdot 0,64 = 6,4 \text{ m}$$

$$r_x = a_x + b_x = 12 \text{ m} + 7,7 \text{ m} = 19,7 \text{ m}$$

$$r_y = a_y + b_y = 0 + 6,4 \text{ m} = 6,4 \text{ m}$$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(19,7 \text{ m})^2 + (6,4 \text{ m})^2} = 20,7 \text{ m}$$

$$a_x = 12 \text{ m} \quad a_y = 0$$

$$-b_x = -b \cos \beta = -7,7 \text{ m}$$

$$-b_y = -b \sin \beta = -6,4 \text{ m}$$

Le componenti del vettore differenza sono:

$$d_x = a_x - b_x = 12 \text{ m} - 7,7 \text{ m} = 4,3 \text{ m}$$

$$d_y = a_y - b_y = 0 - 6,4 \text{ m} = -6,4 \text{ m}$$

Il modulo del vettore differenza è:

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{(4,4 \text{ m})^2 + (-6,4 \text{ m})^2} = 7,7 \text{ m}$$

- 12 Sottrai due vettori di modulo uguale a 1 perpendicolari tra loro. Qual è il modulo del vettore risultante? Disegna i vettori dati e il vettore risultante. $[\sqrt{2}]$

- 13 Calcola il modulo del vettore somma e del vettore differenza di due vettori, di moduli rispettivamente pari a 2 m e a 4 m, e che formano tra loro un angolo di 30° . $[5,82 \text{ m}; 2,48 \text{ m}]$

- 14 Calcola il modulo del vettore somma e del vettore differenza di due vettori, di moduli rispettivamente pari a 6 mm e 10 mm, e che formano tra loro un angolo di 45° . $[14,86 \text{ mm}; 7,15 \text{ mm}]$

- 15 Un vettore di modulo pari a 10 m forma con l'asse delle ascisse un angolo di 30° . Determina graficamente le sue componenti e calcolane il valore. $[x = 8,66 \text{ m}; y = 5 \text{ m}]$

- 16 Un vettore di modulo pari a 15 m forma con l'asse delle ascisse un angolo di 120° . Determina graficamente le sue componenti e calcolane il valore. $[x = -7,5 \text{ m}; y = 12,99 \text{ m}]$

- 17 Un vettore di modulo pari a 40 cm forma con l'asse delle ascisse un angolo di 210° . Determina graficamente le sue componenti e calcolane il valore. $[x = -34,64 \text{ cm}; y = -20 \text{ cm}]$

- 18 Due vettori di uguale modulo a formano un angolo di 45° . Qual è il modulo del vettore risultante? $[1,85a]$

- 19 Determina graficamente e analiticamente il vettore risultante delle seguenti coppie di vettori assegnati mediante le loro componenti. Calcola inoltre il modulo del vettore risultante.
a) (3; 2) e (-2; 5)
b) (2; 4) e (3; -4)
c) (-3; -1) e (6; -8) $[7,07; 5; 9,49]$

- 20 Se si somma al vettore \vec{a} (-4; 3) il vettore \vec{b} si ottiene il vettore risultante \vec{r} (-2; 2). Determina il vettore \vec{b} graficamente e analiticamente. Quanto vale il suo modulo? $[2,24]$